Lycée : Habib Thamer Classe : 2 ème Science	SERIE D' EXERCICES N°(11) Suites réelles	A.scolaire : 2008/2009

Exercice1 :

On considère la suite (U_n) définie par la donnée d'un terme initial entier U_0 et par le procédé suivant :

- Si U_n est pair, $U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n$;
- Si U_n est impair, $U_{n+1} = 3 U_n + 1$.

Calculer les dix premiers termes de la suite dans les cas suivants : a) $U_0 = 16$; b) $U_0 = 13$;

Exercice2 :

Pour chacune des suites définies ci-dessous :

1) Donner les quatre premiers termes ;
2) Ecrire la relation liant U_4 à U_3 et celle liant U_n à U_{n-1}.

a) $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = U_n + n \end{cases}$ b) $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2^n} \end{cases}$

Exercice3 :

On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = \dfrac{3n+2}{n+4}$

1)Calculer V_0, V_1, V_2, V_{46} et V_{96}

2)Montrer que pour tout $n \in IN$ on a : $\frac{1}{2} \leq V_n < 3$

Exercice4 :

La suite (U_n) est arithmétique. On sait que : $U_9 + U_{11} = -134$ et $U_5 + U_7 + U_9 = -138$

Déterminer le terme U_0 et la raison r de la suite (U_n)

Exercice5 :

La suite (U_n) est arithmétique. On sait que :$U_1 + U_7 = 36$ et $U_4 + U_5 = 41$

Déterminer le terme U_0 et la raison r de la suite (U_n)

Exercice6 :

Déterminer les suites arithmétiques (U_n) qui vérifient : $U_1 + U_5 = 0$ et $U_2^2 + U_3^2 = 16$

On précisera le terme initial et la raison de telles suites, s'il en existe.

Exercice7 :

On suppose que a, b et c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Déterminer ces nombres sachant que : $a + b + c = 120$ et $abc = 59160$

Exercice8 :

Soit (W_n) une suite arithmétique de premier terme W_0 et de raison r.

1) Sachant que $W_5 = 11$ et $W_8 = 41$; calculer r et W_0
2) Sachant que $r = -3$; $W_1 = 6$ et $\sum_{k=0}^{n} W_k = -90$. Calculer n

Exercice9 :

Soit la suite $(U_n)_{n \in IN^*}$ tel que : $\sum_{k=1}^{n} U_k = \frac{1}{2}(3n^2 + 2n)$

1) Calculer les cinq premiers termes de cette suite(U_n)
2) Calculer U_n en fonction de n. En déduire que (U_n) une suite arithmétique dont on déterminera la raison.

Exercice10 :

Soit la suite (V_n) définie par : $V_0 = 1$

$$V_{n+1} = \frac{V_n}{1+V_n} \text{ ; } n \in IN.$$

1) Calculer V_1, V_2 et V_3.Que peut on conclure ?
2) On pose $U_n = \dfrac{1}{V_n}$ Calculer U_0, U_1 et U_2.

Montrer que (U_n) est une suite arithmétique.

3) Exprimer U_n en fonction de n. déduire l'expression de V_n en fonction de n. Retrouver alors V_3.

Exercice11 :

Soit la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = -5 \\ U_{n+1} = \dfrac{25}{10 - U_n} \text{ ;} n \in IN. \end{cases}$

1) Vérifier que (U_n) n'est pas une suite arithmétique

2) Soit la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = \dfrac{1}{U_n - 5}$

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique
b) Exprimer V_n en fonction de n.

3) Déterminer un entier naturel n_0 tel que : si $n \in IN$ et $n \geq n_0$ alors $|U_n - 5| < 10^{-3}$

Exercice12 :

Soit (U_n) la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_n = U_{n-1} + n(-1)^{n-1} \end{cases}$

1) Montrer que $\forall\ n \in IN : U_{n+2} = U_n - (-1)^n$.
2) On considère les suites (V_p) et (W_p) telles que $\forall\ p \in IN^*$:
$V_p = U_{2p-1}$; $W_p = U_{2p}$.
a) Montrer que W est une suite arithmétique.
b) Exprimer W_p en fonction de p.
3) a) Montrer que $\forall\ n \in IN^*$: $V_n + W_n$ = constante.
b) En déduire la somme $S = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$.

Exercice13 :

Soit (U_n) la suite définie sur IN par : $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \dfrac{-1+3U_n}{1+U_n}$; $n \in IN$

1) Montrer que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
2) Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = \dfrac{1+U_n}{-1+U_n}$.
a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique.
b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
c) Calculer en fonction de n les somme suivantes : $S_n = \sum_{k=0}^{n} V_k$; $T_n = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{-2}{-1+U_k}$.

Exercice14 :

Soit $a \in IR$ montrer que $A = (a^2 - 2a - 1)^2$; $B\ (a^2 + 1)^2$ et $C = (a^2 + 2a - 1)^2$ sont 3 termes consécutifs d'une suite arithmétiques
<u>Exercice 8:</u>
Soit (U_n) une suite géométrique de raison q. Déterminer la valeur de q et le terme U_3 dans chacun des cas suivants :
1) $U_0 = 3$; $U_5 = -96$
2) $U_4 + 8U_7 = 0$; $U_5 = 3$
3) $U_0 . U_1 . U_2 = -8$; $U_3 . U_4 . U_5 = 128\sqrt{2}$

Exercice15 :

(U_n) est une suite arithmétique de raison r, et on pose : Pour tout entier n, $V_n = 2^{U_n}$. Quelle est la nature de la suite (V_n) ?

Exercice16 :

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 6$ et, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \dfrac{1}{3} U_n - 2$.

1) Préciser les cinq premiers termes de la suite (U_n).
2) Démontrer que (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
3) On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n + 3$.
Démontrer que (V_n) est géométrique.
4) En déduire le terme général de U_n. Préciser la valeur exacte Des termes U_7 et U_8, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice17 :

Calculer les sommes suivantes :

a) $S = 2 + 4 + 8 + \ldots + 256$ b) $S = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \ldots - \dfrac{1}{256}$ c) $S = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{32} + \ldots + \dfrac{1}{128}$ d) $S = 1 + 10^{-1} + 10^{-2} + \ldots + 10^{-7}$

Exercice18 :

Résoudre dans IR l'équation : $1 + \dfrac{x}{x+2} + \left(\dfrac{x}{x+2}\right)^2 + \ldots + \left(\dfrac{x}{x+2}\right)^7 = 0$

Exercice19 :

On considère la suite (U_n) définie par ; $U_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \dfrac{5U_n - 1}{4U_n + 1}$

1) Calculer U_1, U_2 et U_3. En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2) On considère la suite (V_n) définie par $V_n = \dfrac{1}{U_n - \frac{1}{2}}$.
a) Démontrer que (V_n) est une suite arithmétique.
b) Préciser le terme général pour le calcul de V_n.
3) En déduire le terme général pour le calcul de U_n.

Exercice20:

I/ 1) Soit X la suite arithmétique telle que $X_{10} = 29$ et $X_0 + X_1 + X_2 + \dots + X_{10} = 154$

a) Calculer X_0 et la raison r de la suite X.

b) Exprimer X_n en fonction de n.

2) Soit Y la suite géométrique telle que $Y_1Y_2 = 8$ et $Y_3Y_5 = 256$

a) Calculer Y_0 et la raison q de cette suite.

b) Exprimer Y_n en fonction de n.

II/ On considère les deux suites U et V définies sur IN par $U_n = \dfrac{2^n + 3n - 1}{2}$ et $V_n = \dfrac{2^n - 3n + 1}{2}$

1) Calculer U_0 ; U_1 et U_2 et V_0 ; V_1 et V_2.

2) Soit la suite $(a_n)_{n \in IN}$ définie par $a_n = U_n - V_n$

a) Montrer que (a_n) est une suite arithmétique.

b) Calculer la somme $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$

3) Soit la suite $(b_n)_{n \in IN}$ définie par $b_n = U_n + V_n$

a) Montrer que (b_n) est une suite géométrique.

b) Calculer la somme $S' = b_0 + b_1 + b_2 + \dots + b_{10}$

4) Soit $S_1 = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10}$ et $S_2 = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{10}$

a) Vérifier que $S = S_1 - S_2$ et $S' = S_1 + S_2$.

b) En déduire S_1 et S_2.

Exercice21 :

On suppose que a, b et c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Déterminer ces nombres sachant que : $a + b + c = 243$ et $a^2 + b^2 + c^2 = 20133$.

Exercice22 :

1) Soit la suite (U_n) définie par : $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \dfrac{3U_n - 1}{1 + U_n}$; $n \in IN$. Calculer U_3 et U_4. (U_n) est elle arithmétique ?

2) Soit la suite (V_n) définie par : $V_n = \dfrac{U_n + 1}{U_n - 1}$; $n \in IN$.

3) Montrer que (V_n) est arithmétique. Préciser son premier terme V_0 et sa raison r.

4) Exprimer V_n et U_n en fonction de n.

Exercice23 :

Considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \dfrac{5U_n - 3}{U_n + 1}$

1) Calculer U_1, U_2 et U_3. En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2) On considère la suite (V_n) définie par $V_n = \dfrac{U_n - 3}{U_n - 1}$

a. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique.

b. Préciser le terme général pour le calcul de V_n.

3) En déduire le terme général pour le calcul de U_n.

Exercice24 :

Déterminer deux entiers positifs a et b tels que les nombres a ; a + 2b ; 2a + b soient en progressions arithmétique et que les nombres $(b + 1)^2$; $ab + 5$; $(a + 1)^2$ soient en progressions géométrique.

Exercice25:

Soit (U_n) une suite arithmétique de 1^er terme U_0 et de raison r.

a) Calculer U_{20} et $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{20}$ sachant que $U_0 = -25$ et $r = 2$.

b) Calculer U_0 et r sachant que $U_3 + U_{11} = 7$ et $U_0 + U_1 + \dots + U_{28} = -203$

1) Soit (U_n) une suite géométrique de 1^er terme U_0 et de raison q.

a) Calculer U_5 et $S = U_0 + U_1 + \dots + U_5$ sachant que $U_0 = 27$ et $q = \dfrac{2}{3}$

b) Calculer n et U_n sachant que $U_0 = -2$, $q = 2$ et $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1} = -254$

Exercice26 :

1) Soit (U_n) une suite arithmétique définie sur IN par $U_0 = 1$ et $U_6 = -11$

a) Calculer le 1^er terme U_0 et la raison r de la suite (U_n)

b) Exprimer U_n en fonction de n.

2) Soit la suite (V_n) définie par $V_n = \left(\sqrt{3}\right)^{U_n}$ pour tout $n \in IN$.

a) Calculer V_0 et V_1.

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

3) Pour tout $n \in IN$, on pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ et $P_n = V_0 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \dots \cdot V_n$

a) Exprimer S_n en fonction de n.

b) Montrer que $\forall\, n \in IN$ on a $P_n = \left(\sqrt{3}\right)^{1-n^2}$